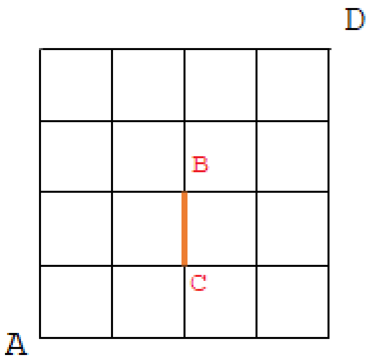
**Задача 7.**

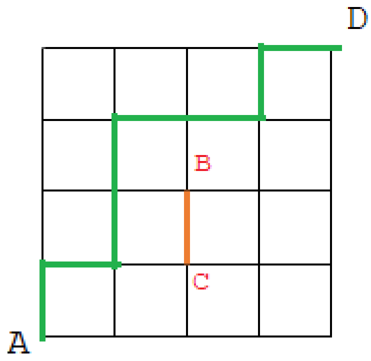



Задан квадрат 4 x 4 клетки. Двигаться разрешается только по сторонам клеток. Сколько существует кратчайших путей из A в D, которые не проходят через отрезок BC.

**Решение:**

Если путь кратчайший, то в нем нет возвратных движений. Так как из A в D нужно двигаться вправо и вверх, то в этом пути нет движений влево и вниз.

Протоколом движения будем считать запись, состоящую из 4 единиц и 4 нулей, где 1 означает движение вправо, 0 означает движение вверх.



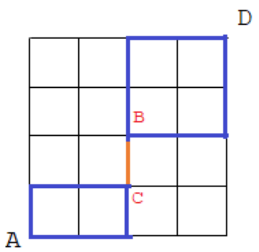

Например, протоколом пути, который показан зеленой линией, является 01001101.

Чтобы узнать, сколько существует различных путей из A в D, на которые не накладываются никакие ограничения, нужно узнать, сколько существует различных протоколов. А их существует столько, сколько существует способов расставить 4 единицы в восьми имеющихся местах. В каждом из способов оставшиеся места нужно заполнить нулями.

Всего путей из A в D $C_8^4 = \frac{8!}{4!\cdot 4!} = \frac{5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{24} = 70$

Теперь посчитаем, сколько существует кратчайших путей из A в D, проходящих через отрезок BC.

Для таких путей сначала из A нужно добраться до C, пройти по отрезку BC, а потом из B пройти до D.



Протоколом движения из A в C является запись, состоящая из двух единиц и одного нуля. Чтобы получить такую запись, нужно сначала куда-нибудь поставить 0, оставшиеся места забить единицами.
Таких протоколов $C_3^1 = 3$.
Протоколом движения из B в D является запись, состоящая из двух единиц и двух нулей. Чтобы построить такую запись, нужно из 4 мест выбрать какие-нибудь два, поставить туда единицы, остальные места забить нулями.
Таких протоколов $C_4^2 = 6$
Всего кратчайших путей из A в D, проходящих через BC, существует $3 \cdot 6 = 18$.
Так как эти пути нежелательны, то желательных путей будет

$$70 - 18 = 52$$

Ответ: 52