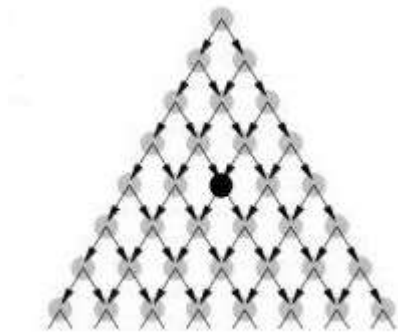


Задача.

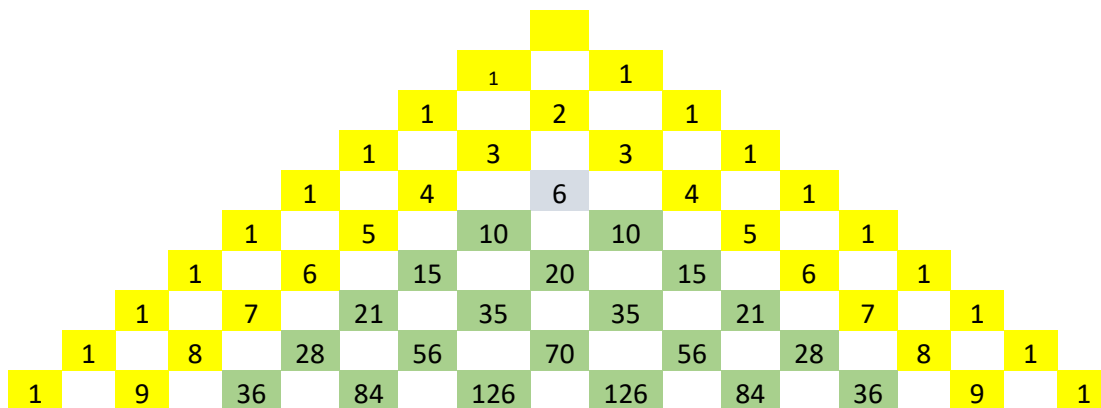
Сколькими способами можно добраться до любого круга на 10-м ряду, считая от круга вверху, если вы можно двигаться вниз только влево или вправо, но нельзя проходить через черный круг?



На рисунке не изображены 9-ый и 10-й ряды.

Исправим этот пробел и дорисуем недостающие ряды не в виде кружочков, а в виде квадратов. А в квадратах напомним количество путей, ведущих в этот квадратик с самого верхнего.

Решение :



Если внимательно посмотреть, то можно заметить, что количество путей, ведущих в конкретную клетку из самой верхней равно сумме путей, ведущих из самой верхней клетки в две соседние, непосредственно стоящие над этой конкретной. Например, в серую клетку из самой верхней клетки можно прийти 6 путями, а в каждую клетку, стоящую непосредственно над серой можно прийти 3 путями.

$$6 = 3 + 3$$

Пусть клетка находится в ряду с номером n , и в этом ряду занимает слева место с номером m . Тогда количество путей, ведущих из самой верхней клетки в эту заданную равно

$$C_{n-1}^{m-1} = \frac{(n-1)!}{(m-1)! \cdot (n-m)!}$$

Все эти числа представляют собой биномиальные коэффициенты. Сумма всех биномиальных коэффициентов, соответствующих показателю степени n , равна 2^n .

Сумма количеств всех путей, ведущих из верхней клетки в какую-нибудь клетку 10-го ряда, равна $2^{10-1} = 2^9 = 512$.

Запрещенный путь, проходящий через серую клетку, состоит из трех частей: прохождение по желтым клеткам, попадания в серую клетку и прохождение по зеленым клеткам.

С самой верхней клетки попасть в серую можно 6-ю способами. Рассмотрим треугольник, где серая клетка является вершиной.

Последний ряд исходного треугольника для треугольника, где вершина – это серая клетка, является шестым. Поэтому всевозможных путей, ведущих из серой клетки в какую-нибудь клетку последнего ряда, существует $2^5 = 32$

Любой из путей, ведущих из самой верхней клетки в серую клетку, можно спаровать с любым из путей, ведущих из серой клетки в клетки последнего ряда. Тогда получится запрещенный путь от самой верхней клетки до какой-нибудь клетки последнего ряда.

Запрещенных путей $6 \cdot 32 = 192$

Разрешенных путей $512 - 192 = 320$

Итак, ответ:

Разрешенных путей 320.

Из верхней клетки в серую можно попасть 6-способами.