Задача 1.

Наугад выбирается треугольник, вершины которого совпадают с любыми тремя вершинами правильного семиугольника. Затем выбирается треугольник, вершины которого совпадают с любыми тремя другими вершинами этого семиугольника. Найти вероятность того, что стороны этих выбранных треугольников не пересекаются.

A) 14 **B)** $\frac{19}{70}$ **C)** $\frac{3}{10}$ **D)** $\frac{3}{14}$

Решение:

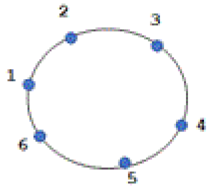
Для того, чтобы выполнялось условие задачи, необходимо, чтобы в образовании двух треугольников участвовали 6 различных вершин семиугольника. Различных шестерок вершин существует $C_7^6 = 7$.

Рассмотрим произвольную выбранную шестерку.

Чтобы получить первый треугольник, нужно из 6 вершин выбрать 3. Таких способов $C_6^3 = \frac{6!}{3!\cdot 3!} = 20$. Второй треугольник можно выбрать тогда единственным образом, просто взять оставшиеся 3 точки. Значит, упорядоченных пар треугольников можно создать $20 \cdot 1 = 20$

Неупорядоченных пар будет в 2 раза меньше, то есть 10.

В рассматриваемой шестерке занумеруем вершины числами в таком порядке, в каком они стоят у семиугольника. Чтобы треугольники не пересекались, нужно, чтобы вершины одного треугольника стояли последовательно в порядке возрастания номеров.



Неупорядоченных пар треугольников будет только 3, а именно:

$$123 \text{ и } 456; \quad 234 \text{ и } 561\,; \quad 345 \text{ и } 612$$

Вероятность в заданной шестерке выбрать такую пару троек, что выполняется условие задачи, равно $\frac{3}{10}$.

Поскольку эта вероятность не зависит от количества сторон исходного многоугольника, то она не меняется. Поэтому, если бы в исходной задаче был бы не семиугольник, а любой $(n \geq 6)$ n-угольник, все равно вероятность была бы равна $\frac{3}{10}$.