

Олимпиадные задания (I-этап) 2025-год

МАТЕМАТИКА 10

1-часть. Каждое задание оценивается 0,9 баллом

1. Упростите выражение: $\left(\frac{a}{a+2b} + \frac{b}{a-2b} - \frac{3b^2-ab}{a^2-4b^2}\right) : \frac{a-b}{2b-a}$

A) $\frac{a-b}{a+2b}$ B) $\frac{a+2b}{a-2b}$ C) $\frac{a+b}{a+2b}$ D) $-\frac{a+b}{a+2b}$

2. Решите уравнение: $\sqrt[3]{14\sqrt{2}-5x} = \sqrt{2}-1$

A) -5 B) -4 C) 4 D) 5

3. Цена в магазине 2 кг яблок, 5 кг винограда и 3 кг банана всего составляет 70000 сумов. А цена 7 кг яблок, 4 кг винограда и 6 кг банана вместе составляет 110000 сумов. Сколько сумов стоит 1 кг яблока, 1 кг винограда и 1 кг банана вместе?

A) 15000 B) 20000 C) 25000 D) 30000

4. Упростите выражение: $\frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} : \frac{1}{x^2-\sqrt{x}}$

A) $x-1$ B) $\frac{1}{x-1}$ C) $1-x$ D) x

5. Найдите сумму действительных корней уравнения:

$$(2x-3)^2 + |y-2| = 0$$

A) 1 B) 1,5 C) 3,5 D) 4,5

6. Из системы уравнений
$$\begin{cases} a + \frac{1}{b} = 1 \\ b + \frac{1}{c} = 4 \\ c + \frac{1}{d} = 1 \\ d + \frac{1}{a} = 4 \end{cases}$$
 найдите значение $b + d - 2c - 2a$.

A) -2 B) 0 C) 2 D) 4

7. Решите неравенство: $\frac{x}{2\sqrt{2}-3} < \frac{2\sqrt{2}+3}{3}$

A) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ B) $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$ C) $\left(\frac{1}{3}; \infty\right)$ D) $\left(-\frac{1}{3}; \infty\right)$

8. Найдите произведения корней уравнения: $3\left(x + \frac{1}{x^2}\right) - 7\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 0$

A) 0 B) 1 C) -1 D) -3

9. Натуральное число последовательно умножалось на те цифры, из которых оно образовалось. Найдите это число, если в произведении получилось 1995.

- A) 75 B) 57 C) 56 D) 59

10. Если первый член арифметической прогрессии равен 3, а разность равна 5, составьте формулу n -ного члена.

- A) $5n + 3$ B) $5n - 7$ C) $5n - 2$ D) $8n + 3$

2-часть. Каждое задание оценивается 1,5 баллом

11. Упростите: $\frac{a,aa+b,bb+c,cc}{a,bc+b,ca+c,ab}$

- A) $a + b + c$ B) abc C) $ab + bc + ac$ D) 1

12. Найти наибольшее значение $m + n + k$, если при разложении произведения $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 49 \cdot 50$ на простые множители в произведении участвуют числа 2^{n+1} , 3^{m+2} и 7^{k+3} .

- A) 71 B) 73 C) 72 D) 70

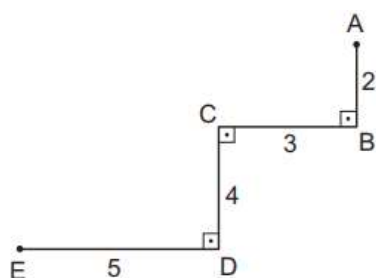
13. Если $f(x) = \frac{3x+4}{2x-1}$, то найдите $f(2) + f^{-1}(7)$.

- A) $\frac{10}{3}$ B) $\frac{13}{3}$ C) $\frac{25}{13}$ D) $\frac{205}{39}$

14. Если корнем уравнения $\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{x-1}{x}} = 1,25$ является число x_0 , то найдите значение $\frac{3x_0}{3x_0+1}$.

- A) 0,4 B) 0,6 C) 0,8 D) 0,9

15.



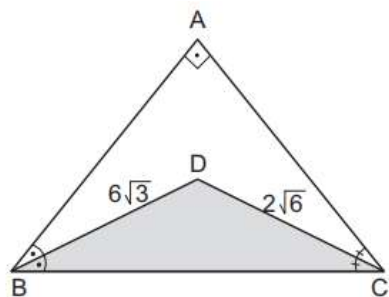
Используя данную рисунку, каково кратчайшее расстояние между A и E?

- A) 14 B) $3\sqrt{10}$ C) 10 D) $6\sqrt{10}$

16. Вершина параболы $y = ax^2 + bx + c$ находится в точке $(2; -1)$, и проходит через точку $(0; 7)$. То найдите значение выражения $5a + 2b + c$.

- A) 0 B) 1 C) -1 D) 2

17.



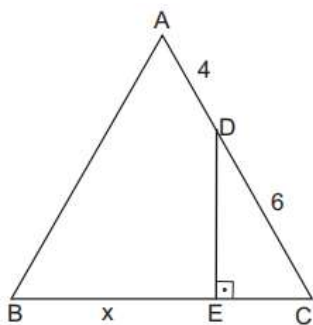
Используя данную рисунку, чему равна площадь треугольника BDC ?

- A) 18 B) $18\sqrt{3}$ C) 36 D) $36\sqrt{3}$

18. Решите неравенство: $\sqrt{x^2 - 6x - 6} < 8 - x$

- A) $(-\infty; 7)$ B) $(-\infty; 7) \cup (8; \infty)$ C) $[3 + \sqrt{15}; 7)$
D) $(-\infty; 3 - \sqrt{15}] \cup [3 + \sqrt{15}; 7)$

19.



ABC – равносторонний треугольник. Используя данную рисунку, найдите $BE = x$.

20. Джавахир может выполнить 24 тестовых заданий за час, а Диёрбек 18. Для одного тестового задания Диёрбек потратил 20 минут больше чем Джавахир. Сколько вопросов было?

- A) 20 B) 24 C) 30 D) 36

3-часть. Каждое задание оценивается 2,6 баллом

21. Если $\frac{36}{\sqrt{x-2}} + \frac{4}{\sqrt{y-1}} + 4\sqrt{x-2} + \sqrt{y-1} = 28$, то чему равняется $x + y$?

22. Вычислите сумму: $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{99}{100!}$

23. Катет равнобедренного прямоугольного треугольника равен $\sqrt{2}$. Найдите расстояние от точки пересечения медиан этого треугольника до точки пересечения биссектрис.

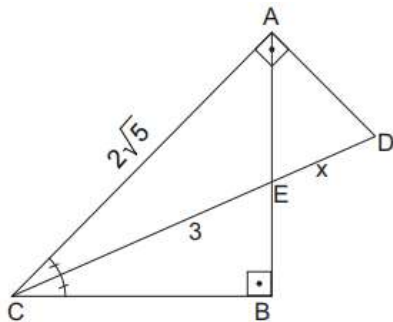
24. Если $f\left(\frac{2x+3}{3x-2}\right) = \sqrt[3]{x^2 \sqrt[3]{x^2 \sqrt[3]{x^2} \dots}}$, то найдите $f(x)$.

25. Если $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$, то найдите $\frac{3a-2b}{a+c} - \frac{a-3c}{a+b} + \frac{b+2c}{b+c}$.

26. Чему равно отношение суммы квадратов медиан треугольника к сумме квадратов его сторон?

27. Если $\frac{c}{a+b} + \frac{b}{a+c} + \frac{a}{b+c} = 7$ и $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} = 2$, то найдите $a + b + c$.

28.



Используя данную рисунку, найдите $ED=x$.

29. Сколько решений имеет уравнения: $x^2 - 5x + 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2x}$

30. Сколько различных 7-значных чисел можно составить, используя цифры числа 3322211.