Тема XI. Задачи комбинаторики.

Задание 1.

На базаре Чорсу продают 7 видов тюбетеек и 6 видов поясов. Сколькими способами можно купить один подарок, состоящий из одной тюбетейки и одного пояса?

Верное утверждение.

Пусть даны два непересекающихся множества A и B. Пусть M(A) количество элементов множества A, M(B) количество элементов множества B.

Пусть $C = \left\{(a,b) : \begin{cases} a \in A \\ b \in B \end{cases}\right\}$. ***Тогда*** $M(C) = M(A) \cdot M(B)$.

Решение:

A-множество видов тюбетеек. B- множество видов поясов, C- множество подарков, состоящих из одной тюбетейки и одного пояса.

Так как $A \cap B = \emptyset \Rightarrow M(C) = M(A) \cdot M(B) = 7 \cdot 6 = 42$

Ответ: 42

Задание 2.

В кафе «Ошхона» утром можно заказать набор «Лёгкий завтрак», состоящий из одного напитка (чай, кофе, айран, компот) и одной выпечки (самса, катлама или бугирсок). Сколько существует различных таких наборов?

Верное утверждение.

Пусть даны два непересекающихся множества A и B. Пусть M(A) количество элементов множества A, M(B) количество элементов множества B.

Пусть $C = \left\{(a,b) : \begin{cases} a \in A \\ b \in B \end{cases}\right\}$. ***Тогда*** $M(C) = M(A) \cdot M(B)$.

Решение:

A- множество напитков$\Rightarrow M(A) = 4$. B- множество выпечек$\Rightarrow M(B) = 3$.

C-множество наборов, состоящих из напитка и выпечки.

Так как $A \cap B = \emptyset \Rightarrow M(C) = M(A) \cdot M(B) = 4 \cdot 3 = 12$.

Ответ: 12

Задание 3.

На базаре в Самарканде продают такие сухофрукты: изюм, курага, урюк, чернослив, сушёные яблоки и груши. Сколькими способами можно купить набор из двух разных видов сухофруктов?

Верное утверждение.

Пусть задано множество A и число M(A)=n- количество разных элементов этого множества.

Пусть B= $\left\{(a,b) : \begin{cases} a \neq b \\ a, b \in A \end{cases}\right\} \Rightarrow M(B) = C_n^2 = \frac{n!}{2! \cdot (n-2)!}$

Решение:

Пусть A- множество видов сухофруктов; M(A)=7

B – множество наборов этих сухофруктов, состоящее из двух разных видов.

$$M(B) = C_7^2 = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21$$

Ответ: 21

Задание 4

При покупке автомобиля «Дамас» можно выбрать: цвет кузова (белый, серебро, чёрный, синий), и материал обивки сидений — ткань или кожа. Сколько всего различных комплектаций «цвет+сиденья» существует?

Верное утверждение.

Пусть даны два непересекающихся множества A и B. Пусть M(A) количество элементов множества A, M(B) количество элементов множества B.

Пусть C= $\left\{(a,b): \begin{cases} a \in A \\ b \in B \end{cases}\right\}$. ***Тогда*** $M(C) = M(A) \cdot M(B)$.

Решение:

Пусть A- множество различных цветов кузова⇒ $M(A) = 4$.

Пусть B- множество различных видов обивки⇒ $M(B) = 2$.

Пусть C- множество различных комплектаций цвет+обивка.

Так как $A \cap B = \emptyset \Rightarrow M(C) = M(A) \cdot M(B) = 4 \cdot 2 = 8$.

Ответ: 8

Задание 5.

Библиотекарь университета расставляет на специальной выставке, посвящённой Алишеру Навои, редкие издания его произведений: «Хамса», «Диван», «Смятение праведных» и сборник лирики. Книги нужно поставить в ряд на одной полке. Сколькими способами библиотекарь может это сделать?

Верное утверждение.

Пусть дано множество A: $M(A) = n$. ***Пусть B-множество различных упорядоченных расстановок этих элементов. Тогда*** $M(B) = n!$

Решение:

Пусть A- множество редких изданий Алишера Навои⇒ $M(A) = 4$.

B – множество различных расстановок этих произведений на полке.

$$M(B) = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

Ответ: 24.

Задание 6.

В горный поход в Чимган отправилось несколько друзей: Алишер, Бехзод, Дилшод, Саид, Фарход и Шерзод. Чтобы поставить палатку, нужно выбрать двоих. Сколькими способами можно выбрать эту пару?

Верное утверждение.

Пусть задано множество A и число M(A)=n- количество разных элементов этого множества.

Пусть B= $\left\{(a,b): \begin{cases} a \neq b \\ a, b \in A \end{cases}\right\} \Rightarrow M(B) = C_n^2 = \frac{n!}{2! \cdot (n-2)!}$

Решение:

Пусть A- множество участников похода⇒ $M(A) = 6$.

B – множество различных пар участников, которые могут заниматься палаткой.

$$M(B)=C_6^2=\frac{6!}{2!\cdot 4!}=\frac{5\cdot 6}{2}=15$$

Ответ: 15

Задание 7.

В столовой института в Ташкенте бизнес-ланч состоит из первого блюда (шурпа, мастава или лагман) и второго блюда (кабоб, манты или кук-самса). Сколько разных вариантов бизнес-ланча можно составить?

Верное утверждение.

Пусть даны два непересекающихся множества A и B. Пусть M(A) количество элементов множества A, M(B) количество элементов множества B.

Пусть $C=\left\{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}):\begin{Bmatrix}\boldsymbol{a}\in\boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{b}\in\boldsymbol{B}\end{Bmatrix}\right.$. ***Тогда*** $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{C})=\boldsymbol{M}(\boldsymbol{A})\cdot\boldsymbol{M}(\boldsymbol{B})$.

Решение:

Пусть A- множество первых блюд$\Rightarrow M(A)=3$.

B – множество вторых блюд$\Rightarrow M(B)=3$.

C – множество разных вариантов бизнес-ланча.

$$M(C)=M(A)\cdot M(B)=3\cdot 3=9$$

Ответ: 9

Задание 8.

Код от шкафчика в спорткомплексе «Тимур» состоит из двух цифр. Первая цифра — чётная, вторая — нечётная. Сколько таких кодов можно создать?

Верное утверждение.

Пусть даны два непересекающихся множества A и B. Пусть M(A) количество элементов множества A, M(B) количество элементов множества B.

Пусть $C=\left\{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}):\begin{Bmatrix}\boldsymbol{a}\in\boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{b}\in\boldsymbol{B}\end{Bmatrix}\right.$. ***Тогда*** $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{C})=\boldsymbol{M}(\boldsymbol{A})\cdot\boldsymbol{M}(\boldsymbol{B})$.

Решение:

Пусть A- множество первых цифр $\Rightarrow A=\{0,2,4,6,8\}\Rightarrow M(A)=5$

B – множество вторых цифр $B=\{1,3,5,7,9\}\Rightarrow M(B)=5$

C- множество кодов, удовлетворяющих условию задачи.

$$M(C)=M(A)\cdot M(B)=5\cdot 5=25$$

Ответ: 25

Задание 9.

Мастерская в Хиве продаёт сюзане (вышитые панно) 7 разных узоров и 2-х размеров (большое и малое). Каждый узор представлен в обоих размерах. Сколько всего разных сюзане можно купить?

Верное утверждение.

Пусть даны два непересекающихся множества A и B. Пусть M(A) количество элементов множества A, M(B) количество элементов множества B.

Пусть $C=\left\{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}):\begin{Bmatrix}\boldsymbol{a}\in\boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{b}\in\boldsymbol{B}\end{Bmatrix}\right.$. ***Тогда*** $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{C})=\boldsymbol{M}(\boldsymbol{A})\cdot\boldsymbol{M}(\boldsymbol{B})$.

Решение:

Пусть A- множество различных узоров$\Rightarrow M(A)=7$.

B – множество различных размеров$\Rightarrow M(B) = 2.$
C – множество разных сюзане.

$$M(C) = M(A) \cdot M(B) = 7 \cdot 2 = 14$$

Ответ: 14

Задание 10.

Пассажир запомнил, что трёхзначный номер автобуса «Ташкент-Бухара» начинался с цифры 2, а две другие цифры — это разные нечётные цифры. Сколько таких номеров существует?

Используемое утверждение.

1. ***Пусть даны два непересекающихся множества A и B. Пусть M(A) количество элементов множества A, M(B) количество элементов множества B.***

   Пусть $\boldsymbol{C = \left\{(a,b): \begin{cases} a \in A \\ b \in B \end{cases}\right\}}$. ***Тогда*** $\boldsymbol{M(C) = M(A) \cdot M(B)}$.
2. **Пусть задано множество A и число M(A)=n- количество разных элементов этого множества.**

   Пусть B- множество различных упорядоченных пар из элементов этого множества

$$\boldsymbol{M(B) = \frac{n!}{(n-2)!}}$$

Решение:

Пусть A- множество первых цифр$\Rightarrow A = \{2\} \Rightarrow M(A) = 1.$
B- множество нечетных цифр$\Rightarrow B = \{1,3,5,7,9\} \Rightarrow M(B) = 5$
C- множество упорядоченных наборов элементов множества B, то есть множество концов номеров из 2-х цифр.

$$\mathrm{M(C)} = \frac{5!}{3!} = 4 \cdot 5 = 20$$

D- множество возможных номеров автобуса.

$$M(D) = M(A) \cdot M(C) = 1 \cdot 20 = 20$$

Ответ: 20

Задание 11

В школьном турнире по волейболу участвовало 4 команды. Каждая команда сыграла с каждой другой по два матча. Сколько всего матчей было сыграно?

Используемое утверждение.

Пусть задано множество A и число M(A)=n- количество разных элементов этого множества.

Пусть B- множество различных упорядоченных пар из элементов этого множества

$$\boldsymbol{M(B) = \frac{n!}{(n-2)!}}$$

Решение:

Пусть A- количество участвующих команд$\Rightarrow M(A) = 4.$
Пусть B- количество игр в турнире, при этом игра (p,q) и (q,p) это две разные игры.

$$\mathrm{M}(B) = \frac{4!}{2!} = \frac{24}{2} = 12$$

Ответ: 12

Задание 12.

Семья Алиевых в полном составе (отец, мать, сын и дочь) попросила фотографа сделать памятное фото на фоне Регистана в Самарканде. Фотограф предложил им встать в один ряд. Сколькими разными способами могут встать члены семьи для фотографии, если все они должны быть на снимке?

Используемое утверждение.

Пусть дано множество A и M(A)=n. Пусть B- множество всевозможных перестановок из элементов множества A. Тогда M(B)=n!

Решение:

Пусть A- множество членов семьи. M(A)=4.

B – множество всех перестановок из членов семьи.

$$M(B) = 4! = 24$$

Ответ: 24.

Задание 13.

При покупке смартфона в магазине «Самарканд Дарвоза» можно выбрать модель (7 вариантов) и цвет корпуса (черный, серый, голубой, розовый). Каждая модель есть во всех цветах. Сколько всего вариантов выбора телефона есть у покупателя?

Используемые утверждения.

Пусть даны два непересекающихся множества A и B. Пусть M(A) количество элементов множества A, M(B) количество элементов множества B.

Пусть C= $\left\{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}):\begin{cases}\boldsymbol{a}\in\boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{b}\in\boldsymbol{B}\end{cases}\right\}$***. Тогда*** $\boldsymbol{M(C)=M(A)\cdot M(B)}$***.***

Решение:

Пусть A- множество моделей. По условию M(A)=7.

B- множество цветов. По условию M(B)=4.

C- множество комбинаций модель+цвет. Так как $A\cap B=\emptyset\Rightarrow$

$$\Rightarrow M(C) = M(A)\cdot M(B) = 7\cdot 4 = 28$$

Ответ: 28

Задание 14.

Пароль для Wi-Fi в медресе «Улугбек» состоит из двух символов: первая — буква (У, Л, Г, Б, Е, К), вторая — одна из цифр года рождения Улугбека: 1394. Сколько разных паролей может быть?

Используемые утверждения.

Пусть даны два непересекающихся множества A и B. Пусть M(A) количество элементов множества A, M(B) количество элементов множества B.

Пусть C= $\left\{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}):\begin{cases}\boldsymbol{a}\in\boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{b}\in\boldsymbol{B}\end{cases}\right\}$***. Тогда*** $\boldsymbol{M(C)=M(A)\cdot M(B)}$***.***

Решение:

Пусть A- множество допустимых букв. По условию M(A)=6.

B- множество допустимых цифр. По условию M(B)=4.

C- множество допустимых паролей. Так как $A\cap B=\emptyset\Rightarrow$

$$\Rightarrow M(C) = M(A) \cdot M(B) = 6 \cdot 4 = 24$$

Ответ: 24

Задание 15.

В ансамбле народного танца «Лазги» для нового танца нужно выбрать солиста и его партнёршу. На пробы пришли юноши (Алишер, Рустам, и Баходир) и девушки (Азиза, Зухра, Нигора, Сабина, Юлдуз). Сколькими способами можно составить солирующую танцевальную пару?

Используемые утверждения.

Пусть даны два непересекающихся множества А и В. Пусть М(А) количество элементов множества А, М(В) количество элементов множества В.

Пусть $C=\left\{(a,b): \begin{cases} a \in A \\ b \in B \end{cases}\right\}$. ***Тогда*** $M(C) = M(A) \cdot M(B)$.

Решение:

Пусть А- множество юношей, пришедших на пробы. По условию

$$M(A) = 3.$$

В- множество девушек, пришедших на пробы, по условию М(В)=5.

С- множество всевозможных пар для танца.

$$M(C) = M(A) \cdot M(B) = 3 \cdot 5 = 15$$

Ответ: 15

Задание 16.

Для празднования Навруза во дворе школы хотят посадить два разных фруктовых дерева. В питомнике есть саженцы таких видов: яблоня, груша, айва, абрикос (урюк), вишня, хурма и слива. Сколькими способами можно выбрать два разных вида деревьев для посадки?

Используемое утверждение.

Пусть задано множество А и число М(А)=n- количество разных элементов этого множества. В- множество неупорядоченных пар элементов множества А.

Пусть $B=\left\{(a,b): \begin{cases} a \neq b \\ a, b \in A \end{cases}\right\} \Rightarrow M(B) = C_n^2 = \frac{n!}{2! \cdot (n-2)!}$

Решение:

Пусть А- множество видов фруктовых деревьев. По условию М(А)=7.

В- множество всевозможных неупорядоченных пар из элементов множества А.

$$M(B) = C_7^2 = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21$$

Ответ: 21